

SS18. 運算放大器簡介

在工程領域中為了製作濾波器經常會利用到運算放大器(operational amplifier)，簡稱 OP-amp。最常見的 OP-amp 是積體電路晶片，此晶片共有 8 隻接腳，如圖 1 所示，其中接腳 8 並未使用，通常 OP-amp 元件符號以三角形來表示。

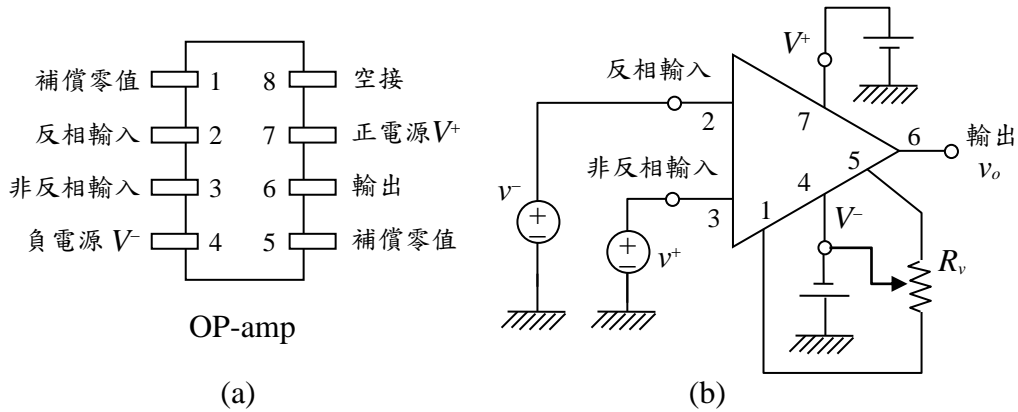


圖 1

一般而言，電路設計時大多是利用 OP-amp 線性區域的高增益特性，其等效電路如圖 2 所示，包括高輸入電阻 R_i 、壓控電壓源 $A\Delta v(t)$ 與低輸出電阻 R_o 。

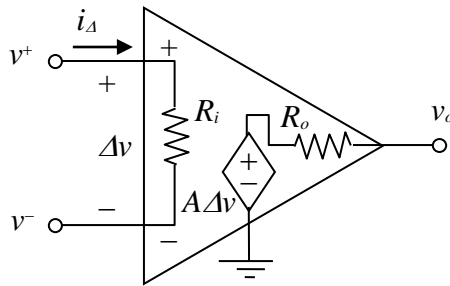


圖 2

在線性區域使用 OP-amp 時，通常假設 $R_i \rightarrow \infty$ ，使得

$$(1) \quad i_{\Delta}(t) \rightarrow 0$$

其次是輸出電阻 R_o 較小，通常假設 $R_o \approx 0$ ，使得

$$(2) \quad v_o(t) = A\Delta v(t)$$

此外開迴路電壓增益 A 極高，視為 $A \rightarrow \infty$ ，由於 $v_o(t)$ 為有限值，根據(2)式可得

$$(3) \quad \Delta v(t) \approx 0$$

通常 OP-amp 電路採用負回授(negative feedback)的技術，在設計電路時都刻意把 $v^+(t)$ 與 $v^-(t)$ 對調，如圖 3 所示，並將 $v^+(t)$ 接地，再讓輸入電壓 $v_s(t)$ 與電阻 R_s 串聯後，連結至 $v^-(t)$ ，而在輸出端部分除了接上負載電阻 R_L 外，還利用電阻 R_f 將輸出電壓 $v_o(t)$ 的變化，回授至 OP-amp 的反相輸入端 $v^-(t)$ ，隨時調整 $\Delta v(t)$ ，進而修正輸出電壓 $v_o(t)$ ，換句話說，當電壓 $v_o(t)$ 有增大(或減小)趨勢時，經由 $\Delta v(t)$ 的調整可抑制(或提升)其值，此種逆向調整方式就是負回授技術。

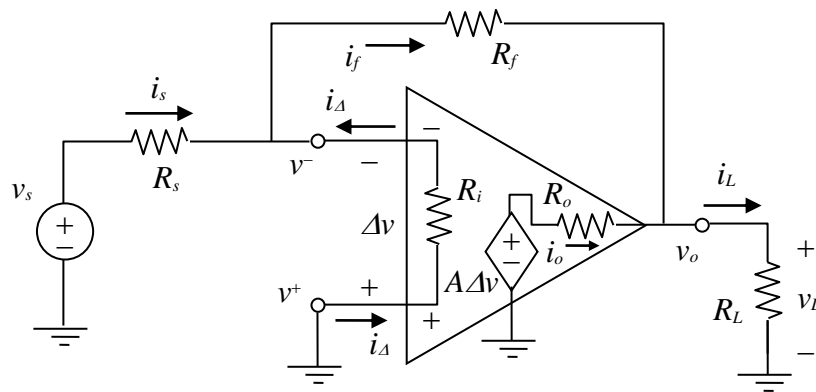


圖 3

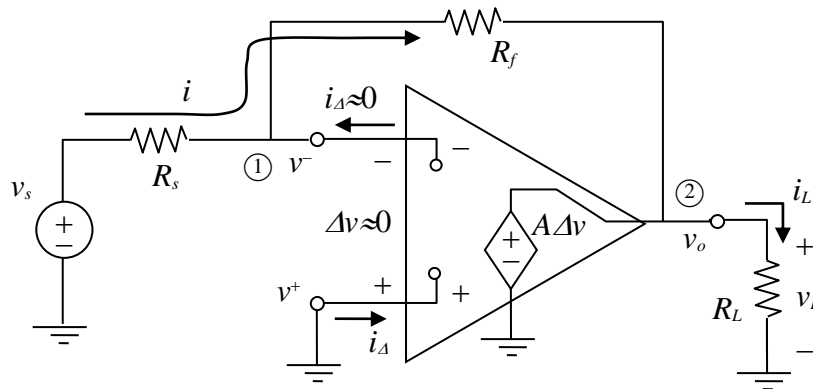


圖 4

為了凸顯 OP-amp 的三個特性： $R_i \rightarrow \infty$ 、 $R_o \approx 0$ 與 $\Delta v(t) \approx 0$ ，再將圖 3 進一步簡化為圖 4。由於 $R_i \rightarrow \infty$ 與 $\Delta v(t) \approx 0$ ，因此 $i_A(t) \approx 0$ ，使得

$$(4) \quad i_s(t) = i_f(t) = i(t)$$

根據此特性可求得

$$(5) \quad i(t) = \frac{v_s(t) + \Delta v(t)}{R_s} = -\frac{v_o(t) + \Delta v(t)}{R_f}$$

整理後成為

$$(6) \quad \Delta v(t) = -\frac{R_s}{R_s + R_f} v_o(t) - \frac{R_f}{R_s + R_f} v_s(t)$$

由(2)式可知 $\Delta v(t) = \frac{v_o(t)}{A}$ ，代入上式經整理後可得

$$(7) \quad v_o(t) = -\frac{AR_f}{R_s + R_f + AR_s} v_s(t)$$

在 $A \rightarrow \infty$ 的條件下，輸送至負載的電壓為

$$(8) \quad v_L(t) = v_o(t) = -\frac{AR_f v_s(t)}{R_s + R_f + AR_s} \Big|_{A \rightarrow \infty} = -\frac{R_f}{R_s} v_s(t)$$

故負載電壓 $v_L(t)$ 與電壓源 $v_s(t)$ 成比例，其比值可由 R_s 與 R_f 決定，而與 A 、 R_i 、 R_o 或負載電阻 R_L 都無關。

換句話說，若 OP-amp 滿足三個特性： $R_i \rightarrow \infty$ 、 $R_o \approx 0$ 與 $\Delta v(t) \approx 0$ ，則放大倍率不再受增益 A 的限制，此類型的 OP-amp 稱為理想運算放大器，其等效電路簡化為圖 5(a)，若將此理想模型置入圖 4，則化為圖 5(b)，其中反相輸入端可視為接地，稱為虛擬接地(virtual ground)，特以虛線的接地符號來表示。

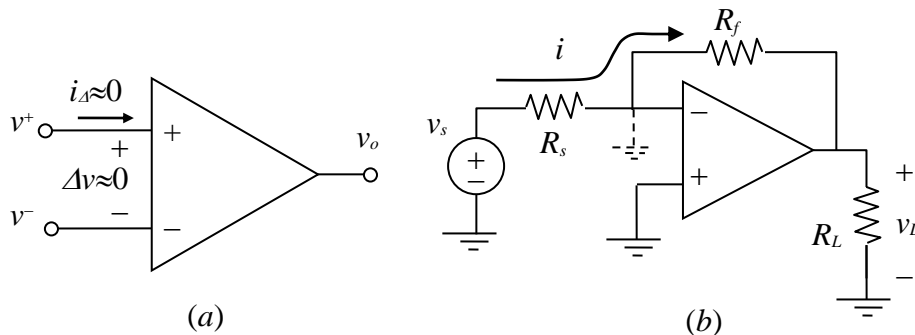


圖 5

常見的 OP-amp 電路計有：反相放大器、非反相放大器、加法器、減法器與積分器，這些電路最大的特色就是以理想的 OP-amp 為基本元件。

首先介紹反相放大器(inverting amplifier)，如圖 6 所示，其中電流為

$$(9) \quad i(t) = \frac{v_s(t) - v_1(t)}{R_s} = \frac{v_1(t) - v_o(t)}{R_f}$$

由於 $v_1(t) = 0$ 為虛擬接地，代入上式後可得

$$(10) \quad v_o(t) = -\frac{R_f}{R_s} v_s(t)$$

故電壓增益為

$$(11) \quad A_v = \frac{v_o(t)}{v_s(t)} = -\frac{R_f}{R_s}$$

由於 A_v 為負值，代表輸出訊號 $v_o(t)$ 與輸入訊號 $v_s(t)$ 反相，因此稱此電路為反相放大器。

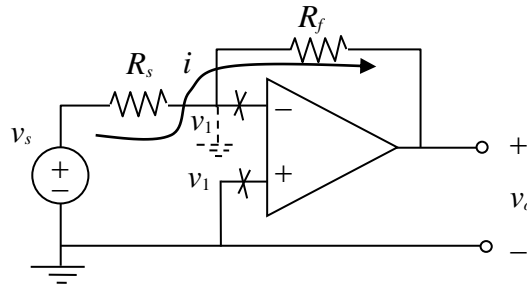


圖 6

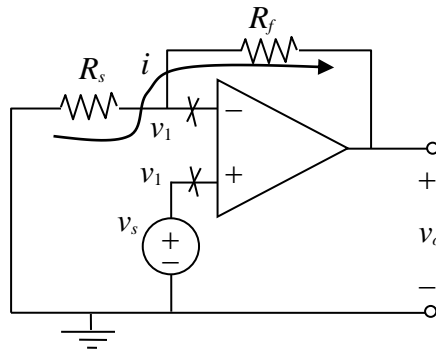


圖 7

若將電壓源 $v_s(t)$ 移至非反相輸入 (+) 端，如圖 7 所示，則電流為

$$(12) \quad i(t) = \frac{0 - v_1(t)}{R_s} = \frac{v_1(t) - v_o(t)}{R_f}$$

由於 $v_1(t) = v_s(t)$ ，代入上式後可得

$$(13) \quad v_o(t) = \left(1 + \frac{R_f}{R_s}\right) v_s(t)$$

顯然地，輸入 $v_s(t)$ 與輸出 $v_o(t)$ 的符號相同，電壓增益為

$$(14) \quad A_v = \frac{v_o(t)}{v_s(t)} = 1 + \frac{R_f}{R_s} \geq 1$$

由於電壓增益為正值，因此此電路屬於非反相放大器。

在訊號處理上，除了將訊號放大外，有時也需要將不同的訊號相加，所使用的電路如圖 8 所示，該電路具有三個電壓源 $v_{s1}(t)$ 、 $v_{s2}(t)$ 與 $v_{s3}(t)$ ，輸出之電流分別流入電阻 R_{s1} 、 R_{s2} 與 R_{s3} 至反相輸入(-)端，匯集後再流入 R_f ，電流為

$$(15) \quad i(t) = \frac{v_1(t) - v_o(t)}{R_f} = \frac{v_{s1}(t) - v_1(t)}{R_{s1}} + \frac{v_{s2}(t) - v_1(t)}{R_{s2}} + \frac{v_{s3}(t) - v_1(t)}{R_{s3}}$$

由於 $v_1(t) = 0$ ，代入上式後整理可得

$$(16) \quad v_o(t) = -\left(\frac{R_f}{R_{s1}}v_{s1}(t) + \frac{R_f}{R_{s2}}v_{s2}(t) + \frac{R_f}{R_{s3}}v_{s3}(t)\right)$$

若 $R_{s1} = R_{s2} = R_{s3} = R_f$ ，則

$$(17) \quad v_o(t) = -(v_{s1}(t) + v_{s2}(t) + v_{s3}(t))$$

即輸出訊號 $v_o(t)$ 為輸入訊號 $v_{s1}(t)$ 、 $v_{s2}(t)$ 與 $v_{s3}(t)$ 之和但符號相反，稱此電路為加法器。

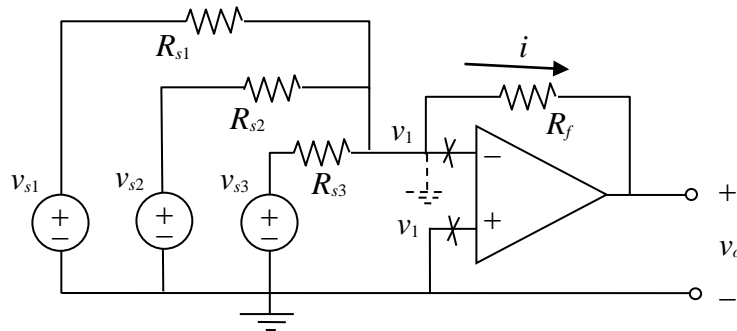


圖 8

兩個訊號若要相減，可使用減法器，如圖 9 所示，該電路具有兩個電壓源 $v_{s1}(t)$ 與 $v_{s2}(t)$ ，以電阻 R_{s1} 與 R_{s2} 分別連接至反相輸入(-)端與非反相輸入(+)端，方程式如下所示：

$$(18) \quad \frac{v_{s1}(t) - v_1(t)}{R_{s1}} = \frac{v_1(t) - v_o(t)}{R_f}$$

$$(19) \quad v_1(t) = \frac{R_{s3}}{R_{s2} + R_{s3}} v_{s2}(t)$$

以上兩式整理後可得

$$(20) \quad v_o(t) = \frac{R_{s3}(R_f + R_{s1})}{R_{s1}(R_{s3} + R_{s2})} v_{s2}(t) - \frac{R_f}{R_{s1}} v_{s1}(t)$$

當 $R_{s1} = R_f$ 且 $R_{s2} = R_{s3}$ 時，可進一步化為

$$(21) \quad v_o(t) = v_{s2}(t) - v_{s1}(t)$$

即輸出訊號 $v_o(t)$ 為輸入訊號 $v_{s2}(t)$ 與 $v_{s1}(t)$ 相減，稱此電路為減法器。

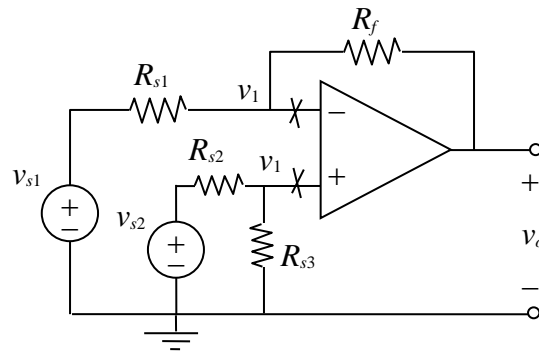


圖 9

從系統方塊圖中可知積分器(integrator)是一個重要的元件，其電路如圖 10 所示，其中的回饋元件以電容 C 取代，電容的元件方程式為

$$(22) \quad i_c(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt} = C \frac{d}{dt}(v_1(t) - v_o(t))$$

此外由電路圖可知

$$(23) \quad i_c(t) = \frac{v_s(t) - v_1(t)}{R_s}$$

結合以上兩式可得

$$(24) \quad C \frac{d}{dt}(v_1(t) - v_o(t)) = \frac{v_s(t) - v_1(t)}{R_s}$$

由於 $v_1(t) = 0$ ，將其代入上式後成為

$$(25) \quad \frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_s(t)}{R_s C}$$

故

$$(26) \quad v_o(t) = -\frac{1}{R_s C} \int_0^t v_s(\tau) d\tau + v_o(0)$$

其中輸出的初值為 $v_o(0) = -v_c(0)$ ，當 $R_s C = 1$ 且 $v_c(0)$ 忽略不計時可得

$$(27) \quad v_o(t) = -\int_0^t v_s(\tau) d\tau$$

即輸出電壓 $v_o(t)$ 是輸入電壓 $v_s(t)$ 的反相積分。

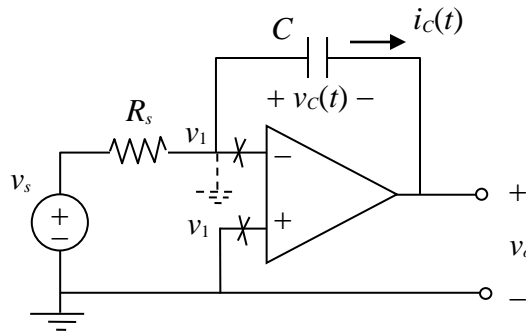
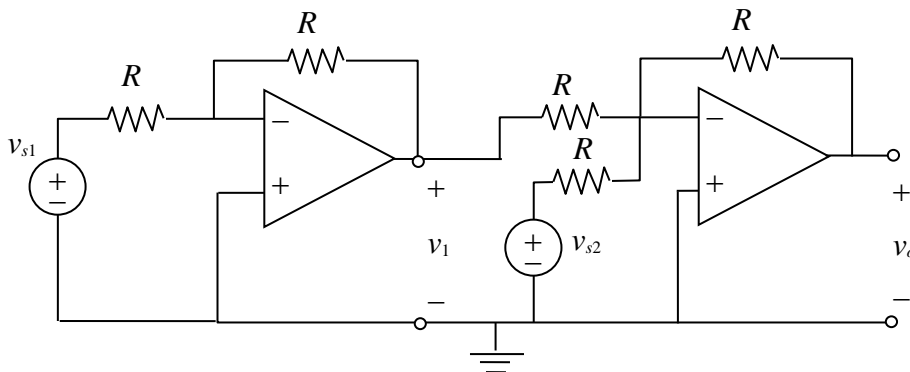


圖 10

由於 OP-amp 具有高輸入電阻與低輸出電阻的特性，所以當多個 OP-amp 電路串接時，可以將負載效應忽略，而且串接後的總增益可以視為各個放大器增益的連乘積，底下以一些範例來做說明。

例題：請利用反相放大器與加法器來設計減法器。

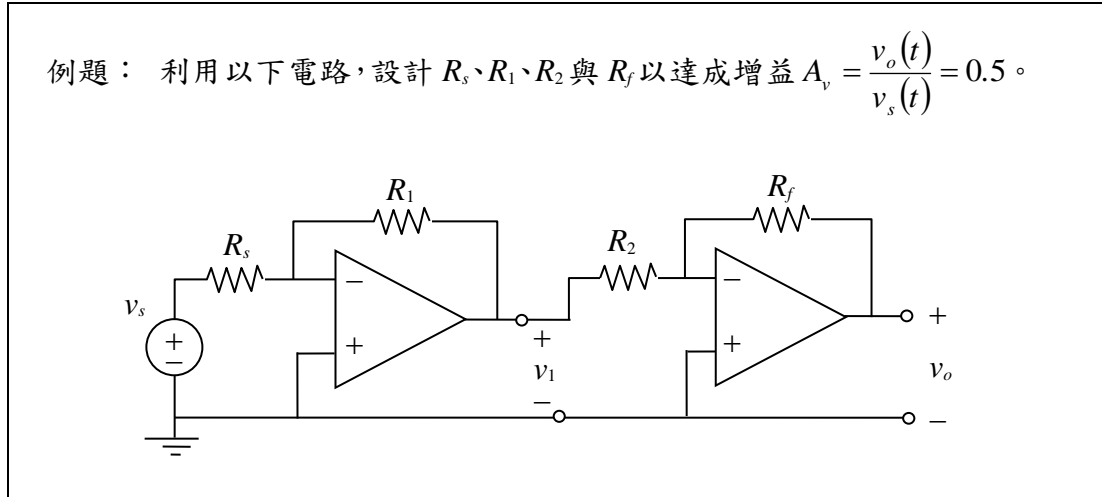
解：由於反相放大器與加法器都會產生反相輸出，因此為了達成減法器的功能，必須讓被減訊號 $v_{s1}(t)$ 先通過一個反相放大器，即 $v_1(t) = -v_{s1}(t)$ ，再連接至加法器即可，如圖所示：



其中所有的電阻 $R=1k\Omega$ 都相同。利用加法器可得

$$v_o(t) = -v_1(t) - v_{s2}(t) = v_{s1}(t) - v_{s2}(t)$$

合於所求。



解：根據反相放大器可知

$$v_1(t) = -\frac{R_1}{R_s} v_s(t)$$

$$v_o(t) = -\frac{R_f}{R_2} v_1(t)$$

整理後可得

$$v_o(t) = \left(-\frac{R_1}{R_s}\right) \left(-\frac{R_f}{R_2}\right) v_s(t) = \frac{R_1 R_f}{R_s R_2} v_s(t)$$

選取 $R_1 = R_2 = R_f = 1\text{k}\Omega$ 與 $R_s = 2\text{k}\Omega$ ，則

$$A_v = \frac{v_o(t)}{v_s(t)} = \frac{R_1 R_f}{R_s R_2} = 0.5$$

合於所求。